المستوى:2ع ت

ثانوية اتباطة تيميزار

المدة:1 ساعة و نصف

الفرض الاول في الرياضيات

2022/2021

التمرين الأول: (8 ن)

f دالة معرفة وقابلة للاشتقاق على المجال $I=[-5;7]$ بجدول تغيراتها:

x	-5		-3		-1		2		5		7
$f'(x)$			0		0		0		0		
$f(x)$	-1	↘	-3	↗	0	↗	5	↘	2	↗	4

1. اكمل الجدول السابق.
2. حل في المجال I المعادلة $f(x)=0$ و $f'(x)=0$.
3. استنتج إشارة $f(x)$.
4. عين القيم الحدية المحلية للدالة f
5. هل الدالة f تقبل نقطة انعطاف؟ برر.
6. ارسم المنحنى (C) الممثل للدالة f على I .

التمرين الثاني: (12ن)

نعتبر الدال f المعرفة على $[0;4]$ بـ: $f(x)=-x^3+6x^2-9x+4$

1) احسب $f'(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها على $[0;4]$.
2) عين القيم الحدية المحلية للدالة f.
3) عين حصرا للدالة f على المجال $[1;3]$ ثم على المجال $[3;4]$ و قارن بين العددين $f\left(\sqrt{3}\right)$ و $f\left(\dfrac{2}{\sqrt{2}}\right)$
4) اكتب معادلة المماس (T) المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.
5) ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (T)
6) عين احسن تقريب تالفي للدالة f بجوار 2 ثم استنتج قيمة تقريبية للعدد $f(2{,}0001)$
7) اثبت ان النقطة $\Omega(2;2)$ مركز تناظر (C_f).
8) ارسم بدقة (T) و (C_f) وعين بيانيا حلول المعادلة $f(x)=3$

بالتوفيـــــــــــــق

التمرين الأول:

1. اكمال الجدول

x	-5		-3		-1		2		5		7
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	2	$\nearrow$	4

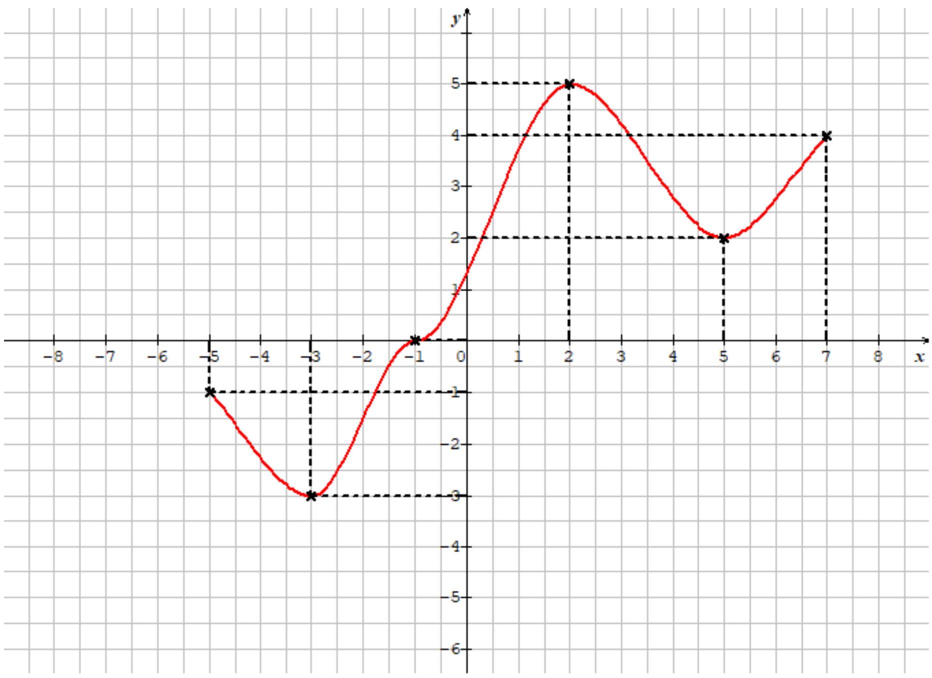
2. حل في المجال I المعادلة $f(x)=0$ و $f'(x)=0$.
من جدول التغيرات لدينا $f(-1)=0$ منه حل المعادلة هو -1 .
و $f'(-3)=0$ $f'(-1)=0$ $f'(2)=0$ $f'(5)=0$ منه حلول المعادلة هي $S=\{-3;-1;2;5\}$
3. من جدول التغيرات نلاحظ:

x	-5		-1		7
$f(x)$		$-$	0	$+$	

تعيين القيم الحدية المحلية للدالة f : -3 قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند -3
2 قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند 5
5 قيمة حدية محلية كبرى تبلغها عند 2

4.
$(2;5)$و $(5;-2)$ قيمة حدية محلية كبرى.

5. الدالة f تقبل نقطة انعطاف هي $(-1;0)$ لان المشتقة تنعدم عند 0 و لا تغير اشارتها.
6. الرسم:



التمرين الثاني:

نعتبر الدال f المعرفة على $[0;4]$ بـ: $f(x)=-x^3+6x^2-9x+4$

1) حساب $f'(x)$: $f'(x)=-3x^2+12x-9$

دراسة تغيرات الدالة f $\quad f'(x)=0$ معناه $-3x^2+12x-9=0$

$\Delta=12^2-4(-3)(-9)=144-108=36>0$ منه المعادلة تقبل حلين متمايزين

$x_2=\dfrac{-12+\sqrt{36}}{-6}=1$ و $x_1=\dfrac{-12-\sqrt{36}}{-6}=3$

جدول تغيراتها على $[0;4]$.

x	0		1		3		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0

2) القيم الحدية المحلية للدالة f.

من جدول التغيرات لدينا 0 قيمة حدية محلية صغرى تبلغها عند 1

4 قيمة حدية محلية كبرى تبلغها عند 3

3) حصرا للدالة f على المجال $[1;3]$ ثم على المجال $[3;4]$

الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;3]$ منه $f(1)\le f(x)\le f(3)$ أي $0\le f(x)\le 4$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[3;4]$ منه $f(4)\le f(x)\le f(3)$ أي $0\le f(x)\le 4$

مقارنة العددين $f\left(\sqrt{3}\right)$ و $f\left(\dfrac{2}{\sqrt{2}}\right)$

لدينا $\sqrt{3}\in[1,3]$ و $\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\in[1,3]$ حيث $\sqrt{2}<\sqrt{3}$ و بما ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;3]$

فان $f\left(\dfrac{2}{\sqrt{2}}\right)<f\left(\sqrt{3}\right)$

4) معادلة المماس (T) المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

$$\begin{aligned}(T): y&=f'(2)(x-2)+f(2)\\&=3(x-2)+2\\&=3x-6+2\\&=3x-4\end{aligned}$$

$f'(2)=-3(2)^2+12(2)-9=3$

5) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (T): ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$

$$\begin{aligned}f(x)-y&=-x^3+6x^2-9x+4-3x+4\\&=-x^3+6x^2-12x+8\\&=(-x)^3+3\cdot 2x^2-3\cdot 2^2x+2^3\\&=(2-x)^3\end{aligned}$$

x	0	2	4
$f(x)-y$	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(C_f) فوق (T)	(C_f) يقطع (T)	(C_f) تحت (T)

6) احسن تقريب تالفي للدالة f بجوار 2 هو المماس (T) الذي معادلته $y=3x-4$ وبالتالي القيمة التقريبية للعدد $f(2,0001)$

$$f(2,0001)\simeq 3(2,0001)-4=2,0001$$

7) اثبات ان النقطة $\Omega(2;2)$ مركز تناظر (C_f):

$$f(2a-x)+f(x)=2b$$

$$f(2(2)-x)+f(x)=f(4-x)+f(x)$$

$$=-(4-x)^3+6(4-x)^2-9(4-x)+4-x^3+6x^2-9x+4$$

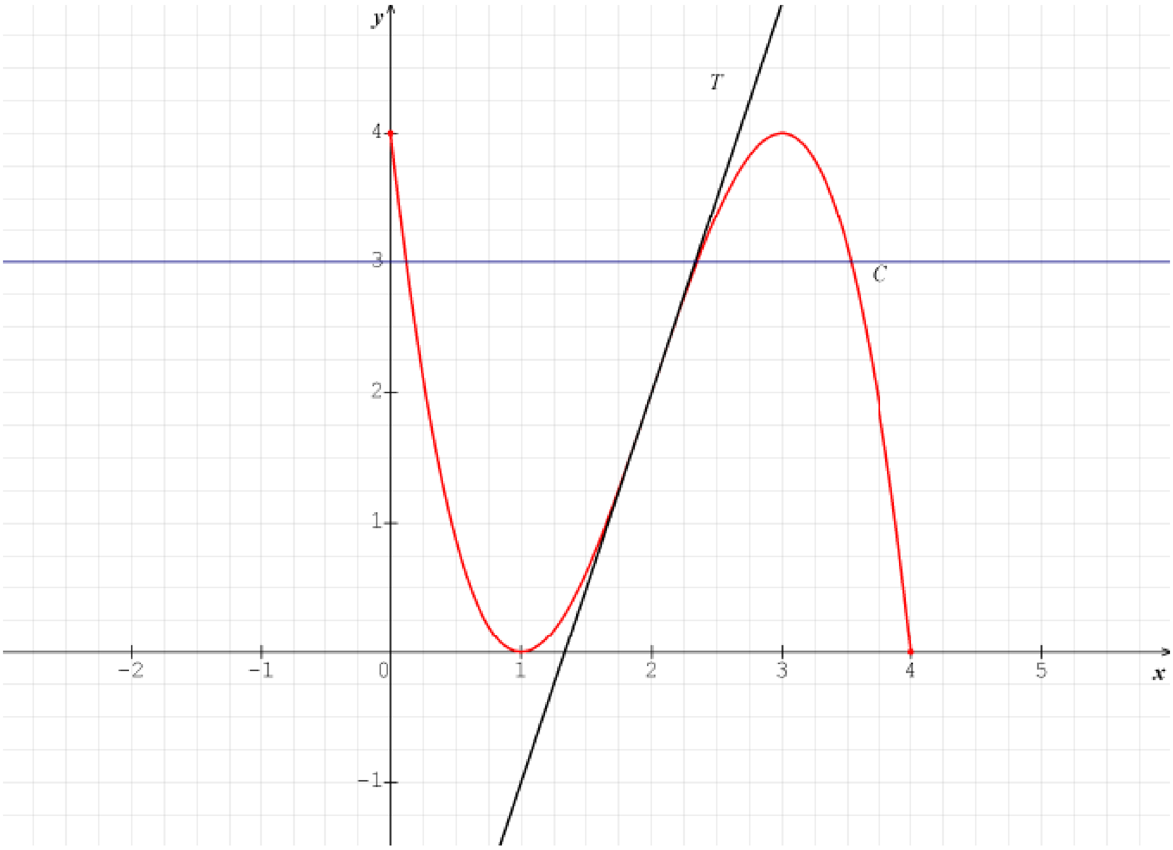
$$=-\left(-x^3+12x^2-48x+64\right)+6\left(x^2-8x+16\right)-36+9x-x^3+6x^2-9x+8$$

$$=x^3-12x^2+48-64+6x^2-48x+96-36+9x-x^3+6x^2-9x+8$$

$$=4=2b$$

منه النقطة $\Omega(2;2)$ مركز تناظر (C_f).

8) رسم (T) و (C_f) وتعيين بيانيا حلول المعادلة $f(x)=3$



حلول المعادلة $f(x)=3$ هي نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم الذي معادلته $Y=3$